Norbert Harthun; Ines Rennert

Die Ei-Kurve als Schnitt des Hyperbolischen Kegels

Das „Tongesetz“ nach Walter Schauberger

Die Beschäftigung mit den **Keplerschen Gesetzen** führte **Walter Schauberger** zu Pythagoras und weiter zu dessen Demonstrations – Musikinstrument, dem **Monochord**, einem „Ein-Saiten-Instrument“. Pythagoras zeigte daran seinen Anhängern die physikalische Tatsache, dass bei Halbierung (Drittelung) usw. der Länge einer klingenden Saite, der erzeugte Ton doppelt (dreifach) usw. so hoch wird wie der Grundton bei voller Saitenlänge. Das bedeutet schematisch geschrieben:

Ganze Saite	-	Grundton
Halbe Saite	-	doppelte Tonhöhe
Gedrittelte Saite	-	dreifache Tonhöhe
usw.		usw.
.		.
.		.

Oder kürzer in Ziffern ausgedrückt ergeben sich (links) Brüche für die Saitenlänge (l) und (rechts) ganze Zahlen für die Tonhöhe, Frequenz (f):

l	f
1	1
$\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{3}$	3
.	.
.	.
.	.
$\frac{1}{n}$	n

Tabelle 1 Saitenlängen am Monochord und zugehörige Tonhöhe (Frequenz) in normierter Form

Die Aufzählung der linken Seite führt die Bezeichnung **„Harmonische Folge“**. Wie man prüfen kann, ergibt das Produkt aus jeweils der linken (l) und der rechten Seite (f) die Zahl 1:

$$l \cdot f = 1$$

Walter Schauberger gibt den Ziffern der Tabelle die allgemeine Bezeichnung „n“, nennt das Produkt in dieser allgemeinen Form **„Tongesetz“** und erhebt es zum **„Urgesetz des Universums“:**

$$\frac{1}{n} \cdot n = 1$$

Diese eigenwillige Darstellung und These ist völlig neuartig und absolut individuell mit dem Namen Walter Schaubergers verbunden. Da ihm innerlich immer Drehbewegungen vorschwebten, wählte er auch deswegen das „n“ als allgemeine Bezeichnung, weil in der Technik „n“ für Umdrehungen pro Minute benutzt wird.

Der Weg zur Figur „Hyperbolischer Kegel“

Dazu wird wieder auf die Bezeichnungen Saitenlänge „l“ und Tonhöhe „f“ am Kopf der Tabelle 1 zurückgegriffen. Die Funktion

$$l \cdot f = 1$$

gibt eine bestimmte Gesetzmäßigkeit wieder, die man aus den Messwerten der Tabelle erkennen konnte. Wenn dies anschaulich, d. h. grafisch im kartesischen System dargestellt werden soll, sind die Größen x und y üblich. Also wird für die Darstellung in diesem System folgende Zuordnung getroffen:

$$l \Rightarrow x \quad \text{und} \quad f \Rightarrow y \, .$$

Damit ergibt sich jetzt:

$$x \cdot y = 1 \, .$$

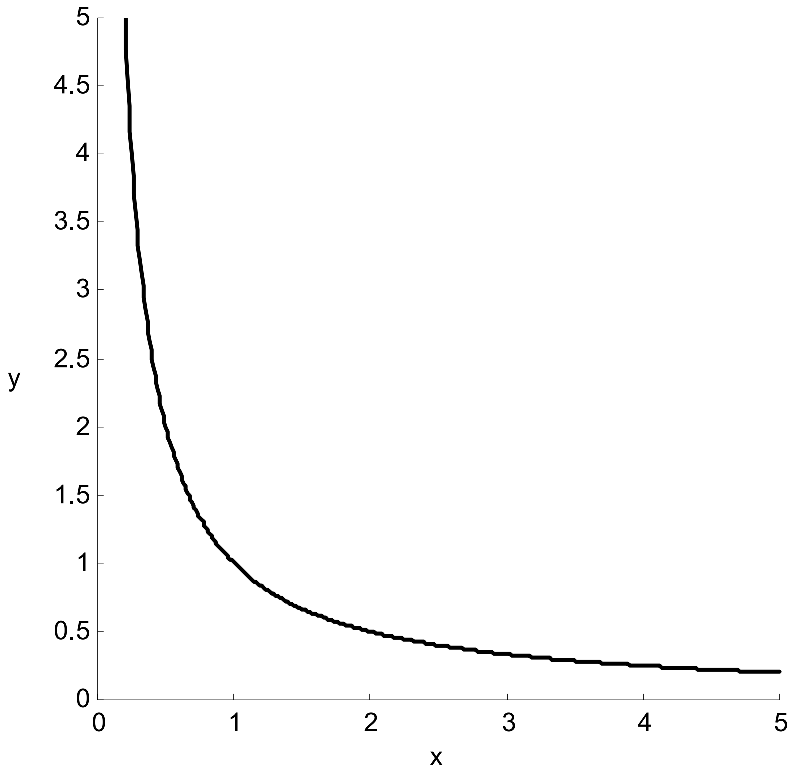

Bild 1 Walter Schaubergers erste Grafik des Tongesetzes (Computerdarstellung)

Diese Funktion grafisch dargestellt, ergibt die spezielle **„gleichseitige Hyperbel in Asymptotenform“**, wie diese Form der Hyperbel mit vollem Namen genannt wird (Bild 1). **Sie ist Walter Schaubergers erste Grafik des „Tongesetzes“.**

Walter Schauberger führte ein **räumliches Anschauungsmodell** für sein „Tongesetz“ ein: Die **hyperbolische Raumspirale**. Das Modell entsteht, indem man den positiven Ast dieser gleichseitigen Hyperbel um die y-Achse rotieren lässt und die (ebene) hyperbolische Spirale auf den entstandenen „Hyperbolischen Kegel“ projiziert (Bild 2).

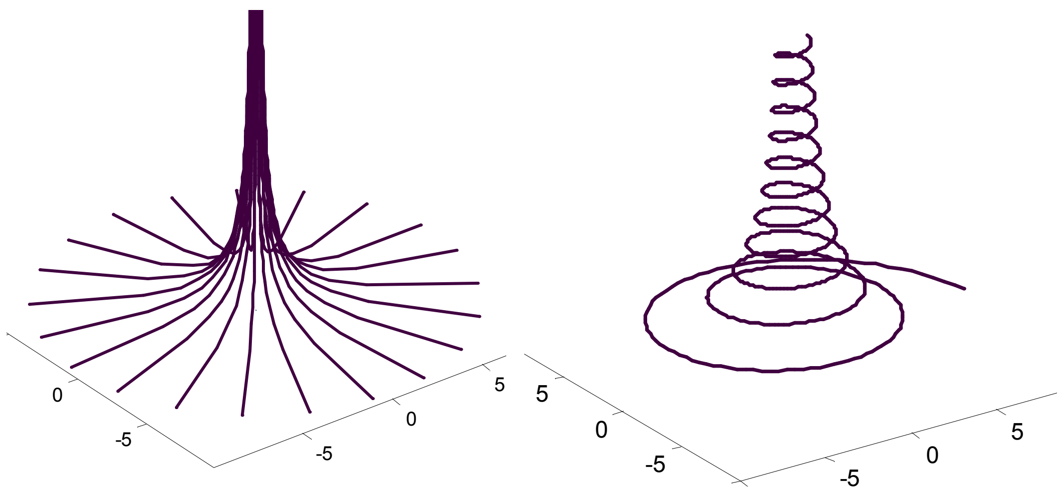

Bild 2: Computerdarstellung des Hyperbolischen Kegels und der Raumspirale

Der Ausdruck **„Hyperbolischer Kegel"** taucht schon Juli 1970 auf der Zeichnung 3.1 von **Max Mack** auf [1], und obwohl Schauberger ihn auch gern **„Tönender Turm"** oder **„Tonkegel"** nannte, hat sich der neutrale Name durchgesetzt, ebenso gern bezeichnete er die gleichseitige Hyperbel in Asymptotenform (Bild 1) auch als **„Tonkurve"**.

Damit war der Weg frei gemacht zu einer neuen **Überraschung**: Wie der Konstrukteur Max Mack feststellte, ergeben **ebene Schnitte durch diesen Kegel Ei-Kurven** (Bild 3)!

Das Gravitationspotential der Sonne lässt sich durch einen Trichter darstellen, auf dessen „Wandung" die jeweiligen Planeten umlaufen und aufgrund ihrer zum Bahnradius passenden Geschwindigkeit nicht herabfallen. Dieser Trichter (auf die Öffnung gestellt) hat genau die Form des Hyperbolischen Kegels. Schon **1609** erkannte **Kepler**, dass die **Planetenbahnen Ei-Kurven** sind, die er nach eigenen Aussagen damals durch Ellipsengleichungen beschrieb, weil diese besser handhabbar seien. Nun ergaben Schnitte eben durch diese Trichterform geometrisch korrekt Ei-Kurven. Ihre zugehörigen Formeln waren damit aber noch nicht gefunden.

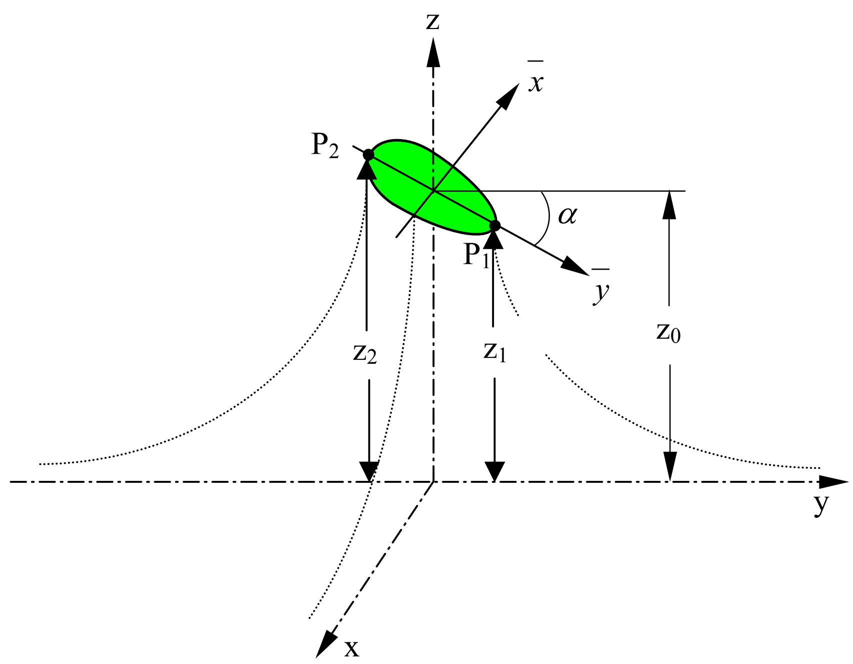

Bild 3: Ebener Schnitt durch den Hyperbolischen Kegel und neue Koordinaten

Der Weg zur Berechnung der Ei-Kurven

Erste Ansätze veröffentlichte **N. Harthun** 1973, der die Länge der Achsen und die Lage der Haupt- und Nebenscheitel aus geometrischen Beziehungen herleitete [2]. Sein damaliger Student **H. Riffer**, der mit dieser Figur in N. Harthuns Wahlvorlesung „Bionik“ bekannt wurde, leitete die Kurvengleichung zum ersten Mal allgemein her [3]. (Weiter sollen noch die Veröffentlichungen **Kirfels** und **von Hasselbachs** erwähnt werden, die in von letzterem ersonnener, spezieller und eigenwilliger Darstellungsweise dem Problem zu Leibe rückten [4-7]).

Ines Rennert (und nicht N. Harthun, wie in [8; 1. Auflage] steht) griff die Herleitung von Riffer [3] wieder auf, leitete sie nach einer Überprüfung noch einmal her und formulierte die **verschiedenen Darstellungsarten** der Ei-Kurve, die hier folgen:

Hyperbolische Ei-Kurve in expliziter Form:

$$\bar{x} = \pm\sqrt{\frac{1}{\left(z_0 - \bar{y}\cdot\sin\alpha\right)^2} - \left(\bar{y}\cdot\cos\alpha\right)^2} \qquad (1) \qquad \begin{array}{l} 0 \le \alpha \le 90^0 \\ \bar{y} \ne 0 \end{array}$$

$\bar{x}$ und $\bar{y}$ sind die (neuen) Koordinaten in der Schnittebene für die Ei-Kurve, z_0 ist die Schnitthöhe, in der die Ebene die z-Achse schneidet und α ist der Schnittwinkel der Ebene zur Horizontalen. Nach Vorgabe dieser Werte lässt sich die Kurve zeichnen; die positive Wurzel ergibt eine Hälfte, die negative Wurzel die andere.

Hyperbolische Ei-Kurve in Parameter-Form:

$$r = \frac{1}{2\cos\varphi\sin\alpha}\left[z_0 \pm \sqrt{z_0^{\,2} - \frac{4\cos\varphi\sin\alpha}{\sqrt{\sin^2\varphi + \cos^2\varphi\cos^2\alpha}}}\right] \qquad (2)$$

$$x = r\sin\varphi$$
$$y = r\cos\varphi$$

$\varphi \ne 0;\ \varphi \le 2\pi$

Diese Darstellung hat den Vorteil, dass die Kurve durchgehend und nicht in zwei Hälften gezeichnet wird. Das Vorzeichen vor der Wurzel bestimmt, ob der Schnitt durch das Kegelrohr oder durch das flache „Gebirge“ berechnet wird (Bild 4).

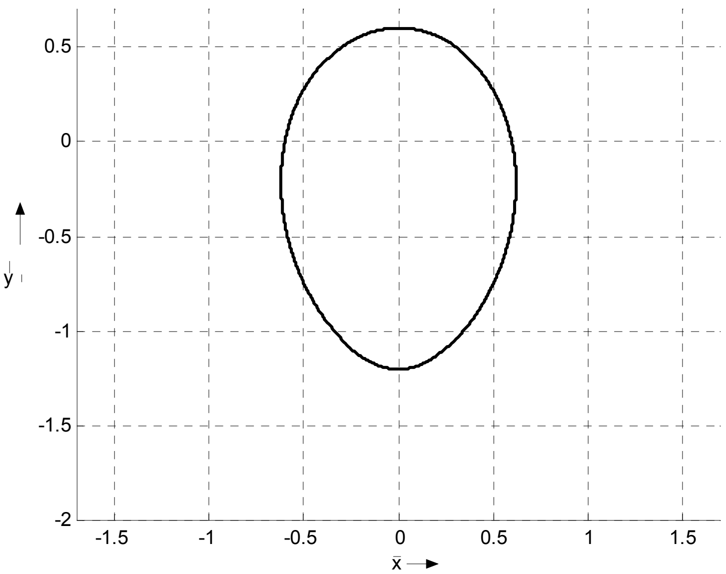

Bild 4: Hyperbolische Ei-Kurve nach Gleichung (2) mit negativer Wurzel (Sonderfall „Oktav-Ei“: z_1 = 1; z_2 = 2; siehe „Zwei-Punkte-Form“)

(Verzichtet man auf die Berechnung der Koordinaten x und y, so kann Gleichung (2) auch direkt in Polar-Koordinaten (φ, r) dargestellt werden).

Für die dreidimensionale Darstellung des Hyperbolischen Kegels musste ein neues Koordinatensystem (x; y; z) eingeführt werden, wie es Bild 3 zeigt und mit dessen Hilfe die Ei-Kurve als Schnittkurve des Hyperbolischen Kegels hergeleitet werden konnte.

Für die Schnittebene sind Höhe z_0 und der Winkel α schon in Bild 3 eingezeichnet worden und die hergeleiteten Formeln erlauben, nach Vorgabe dieser Werte, die zugehörige Ei-Kurve zu berechnen.

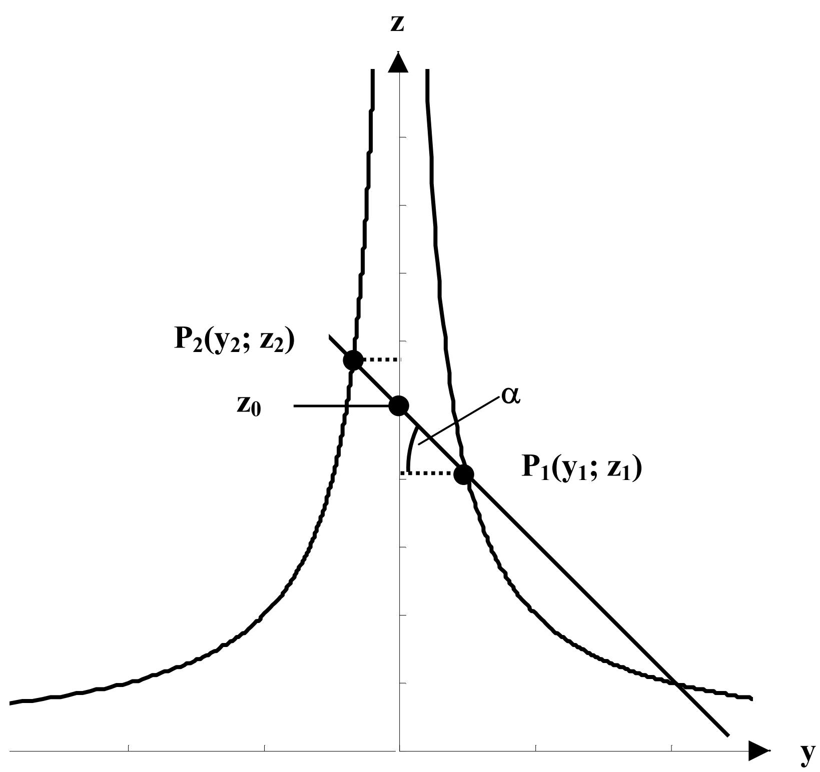

Bild 5: Spitzer (P_1) und stumpfer (P_2) Hauptscheitel der Eikurve

Zwei-Punkte- sowie Punkt-Anstiegsform

Offen ist aber noch die Frage, wie man von zwei vorgewählten Punkten der Ei-Kurve: $P_1(y_1; z_1)$ und $P_2(y_2; z_2)$, die direkt auf den Hyperbel-Ästen liegen, auf die zugehörige

Ei-Kurve kommt. Diese Punkte sind der spitze und der stumpfe Hauptscheitel der Eikurve; (Bild 5). Sie soll jetzt beantwortet werden.

Die Gleichung der Darstellung des „Tongesetzes“ heißt jetzt $z = |1/y|$, da die y-z-Ebene des neuen Koordinatensystems gewählt wurde. Somit gilt: $z_1 = 1/y_1$
und $z_2 = 1/y_2$.

Im Beispiel „Oktav-Ei“ (Bild 4) wurden die Höhen $z_1 = 1$ und $z_2 = 2$ gewählt, welches dem Frequenzverhältnis einer Oktave entspricht. In Bild 5, welches als Skizze (ohne Zahlen) gemeint ist, sieht man die Lage dieser beiden Strecken veranschaulicht. Ganz allgemein sind noch folgende Fälle möglich:

1.) **Zwei-Punkte-Form:** Höhe z des spitzen (P_1) und stumpfen (P_2) Hauptscheitels gegeben: z_1 und z_2. Dann folgt:

$$z_0 = \frac{z_1^2 + z_2^2}{z_1 + z_2} \qquad (3)$$

$$\alpha = \arctan \frac{-z_1 \cdot z_2 (z_2 - z_1)}{z_1 + z_2} \quad bzw. \quad \tan\alpha = \frac{-z_1 \cdot z_2 (z_2 - z_1)}{z_1 + z_2} \qquad (4)$$

2.) **Punkt-Anstiegsform A:** Höhe z_1 des spitzen Hauptscheitels (P_1) und Schnittwinkel α (wird negativ eingesetzt) gegeben. Dann folgt:

$$z_0 = z_1 - \frac{1}{z_1} \tan\alpha \qquad (5)$$

3.) **Punkt-Anstiegsform B:** Höhe z_2 des stumpfen Hauptscheitels (P_2) und Schnittwinkel α (wird negativ eingesetzt) gegeben. Dann folgt:

$$z_0 = z_2 + \frac{1}{z_2} \tan\alpha \qquad (6)$$

Berechnung des Ei-Volumens

Lässt man die Ei-Kurve um ihre Hauptachse rotieren, so gilt für das Volumen des Ei-Körpers (die Formel aus [8] wurde passend umgerechnet):

$$V = \frac{\pi}{\cos\alpha}\left[\frac{z_1 + z_2}{(z_1 z_0 - \tan\alpha)(z_2 z_0 + \tan\alpha)} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{z_1^3} + \frac{1}{z_2^3}\right)\right]$$

Für das „Oktav-Ei“ ergibt sich der Wert: V = 0,4045. Hatte man als Grundgröße für die Strecke 0 bis 1 (siehe Bild 4 und 5) 1cm gewählt, so gibt V das Volumen in Kubikzentimeter (cm^3) an, bei Dezimeter (dm) in dm^3 (= Liter) usw.

Literaturquellen:

[1] W. Schauberger: Das Tongesetz – Naturwissenschaft –Technik – Weltanschauung; Kosmische Evolution 1972; H.1/2

[2] Norbert Harthun: Die Kennwerte der harmonikalen Eikurve; Kosmische Evolution 1972; H. 3. S. 117-122

[3] Heinrich Riffer: Die Gleichung der harmonikalen Eikurve; Kosmische Evolution 1973; H. 2; S. 67-69

[4] Christoph Kirfel; Horst v. Hasselbach: Der Eischatten – Grundformel; Kosmische Evolution 1976; H. 4; S. 149-153

[5] Christoph Kirfel: Was steckt im Ei ?; Kosmische Evolution 1978; H. 3; S.162-163

[6] Horst v. Hasselbach: Der Atem der Erde – Planeten auf Eibahnen ?; Kosmische Evolution 1982; H. 3; S. 51-60

[7] Horst v. Hasselbach: Erdvorlauf statt Erdachsschiefe ?; Kosmische Evolution 1990; H.4; S. 176-184

[8] Claus Radlberger: Der hyperbolische Kegel nach Walter Schauberger; PKS, Bad Ischl und Claus Radlberger; 1999; ISBN 3-9500686-1-9

Autoren:

Prof. i. R. Dr.-Ing. Norbert Harthun (Leipzig), geb. 1939 in Danzig, Studium der Elektrotechnik an der TH Aachen bis 1964. Forschungsassistent bis 1970. 1969 Mitbegründer der von Walter Schauberger angeregten "Gruppe der Neuen" e.V., die 25 Jahre die Zeitschrift "Mensch und Technik - naturgemäß" herausgab. Seitdem tätig auf Gebieten rund um die Schauberger-Natur-Technik. Interessengebiet: "Vergleichende Naturwissenschaft". Ab 1970 Dozent an der FH Dieburg der Deutschen Telekom AG. Lehrgebiete u.a. "Analoge Schaltungstechnik", "Hochfrequenztechnik" und "Kybernetik". 1979 Ernennung zum Professor. Zahlreiche Veröffentlichungen und Vorträge in und außerhalb Deutschlands, seit 1996 regelmäßig Vortragender in der PKS.

Prof. Dr.-Ing. Ines Rennert (Leipzig), geb. in Berlin, Studium der Fachrichtung "Technische Kybernetik und Automatisierungstechnik" an der TH Leipzig bis 1980; Wissenschaftliche Assistentin und planmäßige Aspirantin bis 1988. Im gleichen Jahr Promotion zum Dr.-Ing. für Automatisierungstechnik und Dozentin an der FH Leipzig der Deutschen Telekom AG (heutiger Name). 1994 Ernennung zur Professorin. Lehrgebiete u.a. "Mathematik", "Regelungstechnik" und "Signale und Systeme". Mit Ehemann Dr. Harthun gemeinsame Erarbeitung, Berechnungen und Programmierungen von Grundlagen zur Förderung einer Natur-Technik der Zukunft.